
Måleusikkerhed i kalibrering

Nr. : AB 11
Dato : 2021-01-04
Side : 1/3

1. Anvendelsesområde

1.1 Denne akkrediteringsbestemmelse gælder ved DANAK's akkreditering af kalibreringslaboratorier.

1.2 Akkrediterede kalibreringslaboratorier skal ved evaluering af usikkerhed, rapportering af samme i kalibreringscertifikater samt ved fastlæggelse af laboratoriets måleevne opfylde kriterierne i ILAC's (International Laboratory Accreditation Cooperation) dokument ILAC-P14:09/2020 *ILAC Policy for Uncertainty in Calibration*. Kravene i ILAC-P14 indgår i denne akkrediteringsbestemmelse.

1.3 Evaluering af måleusikkerhed skal opfylde kriterierne i JCGM 100:2008, *GUM 1995 with minor corrections, Evaluation of measurement data – Guide to the expression of uncertainty in measurement* eller dokumenter, som er i overensstemmelse med denne. Dette er opfyldt i EA 4/02 M: 2013 *Evaluation of the Uncertainty of Measurement in Calibration* og disse dele fremgår af annex 1, som benyttes ved den praktiske evaluering af usikkerheder.

1.4 Måleevnen

1.4.1 Laboratoriets måleevne (Calibration and Measurement Capability, CMC) fastlægges ved:

- i. Kalibreringsområde
- ii. Emne/måleudstyr
- iii. Målestørrelse
- iv. Måleområde og sekundære parameterområder, hvor relevant; f.eks. frekvensen ved AC spændingsmålinger;
- v. Ekspanderet måleusikkerhed.
- vi. Metodeangivelse

Laboratoriets måleevne oplyses i måleevneskemaet for det akkrediterede kalibreringslaboratorium, og offentliggøres på www.danak.dk.

1.4.2 Måleusikkerheden, som er omfattet af måleevnen, skal udtrykkes som den ekspanderede måleusikkerhed $U(\text{CMC})$ med en dækningsandsynlighed på omkring 95 %. Ved endimensionale størrelser anføres måleområdet således, at $U(\text{CMC})$ tilnærmelsesvis er lineær og monoton i området. Måleusikkerheden skal opgives i samme enhed som målestørrelsen eller være en relativ opgivelse, f.eks. procent.

1.4.3 Kalibreringslaboratorier skal gennem laboratoriesammenligninger jf. DANAK-akkrediteringsbestemmelse AB 3 dokumentere, at de kan levere kalibreringer til kunder, således at måleusikkerhederne er lig med de af måleevnen omfattede måleusikkerheder. Ved fastlæggelse af måleevnen skal laboratorierne være opmærksomme på, at instrumentbidraget fra et ideelt eksisterende emne/måleudstyr inkluderes. (Ved udtrykket "et ideelt eksisterende emne/måleudstyr", forstås et emne/måleudstyr, som skal kalibreres, som kan anskaffes af kunden enten på markedet eller på andre måder, uanset om det har en speciel ydelse (stabilitet) eller har en lang kalibreringshistorik.). Der skal inkluderes et rimeligt bidrag til usikkerheden fra repeterbarheden. Hvis bidrag fra reproducerbarheden er tilgængelige, medtages de i usikkerheden omfattet af måleevnen.

1.4.4 Der er tilfælde, hvor der ikke eksisterer et ideelt emne/måleudstyr og/eller hvor bidrag til usikkerheden fra emnet/måleudstyret har en signifikant indflydelse på usikkerheden. Hvis sådanne bidrag til usikkerheden fra emne/måleudstyr kan adskilles fra andre bidrag, kan man undlade at medtage bidragene fra

Måleusikkerhed i kalibrering

Nr. : AB 11
Dato : 2021-01-04
Side : 2/3

emnet/måleudstyret ved bestemmelse af måleevnen. I sådanne tilfælde skal det markeres i måleevneskemaet, at der ikke er inkluderet bidrag fra emnet/måleudstyret.

1.4.5 Kalibreringslaboratorier, der udfører målinger, som fastlægger referenceværdier for referencematerialer, skal for usikkerheden, som er omfattet af måleevnen, generelt inkludere faktorer relateret til måleproceduren, som den ville blive udført på/ved et prøveudtag. Eksempelvis skal typiske matrixeffekter og ”interferenser” tages under overvejelse. Usikkerheden, som omfattes af måleevnen, vil som regel ikke inkludere bidrag fra ustabilitet eller inhomogenitet af referencematerialet.

Note: Usikkerheden omfattet af måleevnen for den målte referenceværdi er ikke nødvendigvis identisk med usikkerheden tilhørende referencematerialer, leveret af en producent af referencematerialer.

1.5 Rapportering af måleusikkerheden i kalibreringscertifikater.

Akkrediterede kalibreringslaboratorier skal rapportere måleusikkerheden i overensstemmelse med følgende punkt 1.5.1 – 1.5.4:

1.5.1 I kalibreringscertifikaterne skal måleresultatet anføres på formen $y \pm U$ sammen med de tilhørende enheder af målestørrelsen y og den ekspanderede usikkerhed U . Der kan anvendes tabelform til at præsentere måleresultatet og den relative ekspanderede usikkerhed $U/|y|$ kan også anføres, hvis relevant. Dækningsfaktoren, k , og dæknings sandsynligheden skal anføres på kalibreringscertifikatet. Der skal dertil føjes en forklarende note, som kan have følgende indhold:

”Den rapporterede ekspanderede usikkerhed er angivet som standardusikkerheden af målingen multipliceret med dækningsfaktoren k , således at dæknings sandsynlighed svarer til ca. 95 %.”

Note: For asymmetriske usikkerheder kan andre former for angivelse $y \pm U$ være nødvendigt. Det drejer sig også om de tilfælde, hvor usikkerheden er bestemt ved hjælp af Monte Carlo simuleringer (fejlphobningsloven - propagation of distributions) eller ved hjælp af logaritmiske enheder.

1.5.2 Den numeriske værdi af den ekspanderede usikkerhed skal angives med maks. to betydende cifre. Endvidere gælder følgende:

- Den numeriske værdi af måleresultatet skal i den endelige præsentation være afrundet til mindste betydende ciffer i den ekspanderede usikkerhed for måleresultatet.
- Hvis den ekspanderede usikkerhed angives med ét betydende ciffer, så skal dette altid være rundet op (fx skal 0,32 rundes op til 0,4). Ved angivelse med to betydende cifre anvendes normal afrundingspraksis.

1.5.3 Bidrag til usikkerheden anført på kalibreringscertifikatet skal inkludere relevante korttidsbidrag ved udførelsen af kalibreringen, og bidrag, som det er rimeligt at tillægge kundens emne. Hvor det er muligt, skal usikkerheden dække de samme bidrag til usikkerheden, som blev medtaget ved fastlæggelse af usikkerheden omfattet af måleevnen, hvor usikkerhedskomponenterne for kundens emne indsættes i stedet for usikkerhedskomponenterne for et ideelt eksisterende måleudstyr. Som følge heraf vil de rapporterede usikkerheder ofte være større end usikkerheden omfattet af måleevnen. Tilfældige bidrag, som ikke er laboratoriet bekendt, f.eks. usikkerhedsbidrag fra transport, bør normalt ikke inkluderes i rapporteringen af usikkerheden. Hvis laboratoriet forventer, at sådanne bidrag vil have en signifikant indflydelse på de usikkerheder, som laboratoriet estimerer ved kalibreringen, så bør kunden informeres i henhold til de generelle afsnit vedrørende tilbud og gennemgang af kontrakter i DS/EN ISO/IEC 17025: 2017 *Generelle krav til prøvnings- og kalibreringslaboratoriets kompetence*.

Måleusikkerhed i kalibrering

Nr. : AB 11
Dato : 2021-01-04
Side : 3/3

1.5.4 Som definitionen af måleevnen antyder, så må akkrediterede kalibreringslaboratorier ikke rapportere en mindre ekspanderet usikkerhed end den usikkerhed, der er omfattet af måleevnen, som laboratoriet er akkrediteret til.

Annex 1: Evaluering af måleusikkerhed

Akkrediteringsbestemmelsen træder i kraft den 15. januar 2021.

Måleusikkerhed i kalibrering

Nr. : AB 11
Dato : 2021-01-04
Side : 1/19

Annex 1

INDHOLD

1.	Indledning	2
2.	Oversigt og definitioner	3
3.	Evaluering af måleusikkerhed for inputestimer	4
4.	Beregning af outputestimatets standardusikkerhed	7
5.	Ekspanderet måleusikkerhed.....	9
6.	Trinvis procedure for beregning af måleusikkerheden.....	10
7.	Referencer (opdaterede efter udgivelsen af EA-4/02:2013).....	11
	Bilag A (til EA-4/02).....	11
	Bilag B	
	Ordliste over nogle relevante udtryk med referencer jf. afsnit 7	12
	Bilag C	
	Kilder til måleusikkerhed	14
	Bilag D	
	Korrelerede inputstørrelser.....	15
	Bilag E	
	Dækningsfaktorer udledt af effektive antal frihedsgrader.....	18

Måleusikkerhed i kalibrering

Nr. : AB 11

Annex 1

Dato : 2021-01-04

Side : 2/19

Evaluering af måleusikkerhed

Formål

Dette annex er baseret på EA 4/02 M:2013, som i sin tid blev udarbejdet af EAL på basis af WECC Dok. 19-1990. Formålet med dokumentet er at harmonisere evalueringen af måleusikkerhed. Dette dokument er i overensstemmelse med JCGM 100:2008, *GUM 1995 with minor corrections, Evaluation of measurement data – Guide to the expression of uncertainty in measurement* (GUM) der er udsendt af 8 internationale organisationer, der beskæftiger sig med standardisering og metrologi.

1. Indledning

1.1 Dette dokument fastsætter principperne for og kravene til evaluering af måleusikkerheden ved kalibrering samt angivelsen af denne usikkerhed i kalibreringscertifikater. Behandlingen er holdt på et generelt niveau for at kunne passe til alle kalibreringsområder. Det kan være nødvendigt at supplere den beskrevne metode med mere specifikke vejledninger på forskellige områder, således at oplysningerne bliver umiddelbart lettere at anvende. Ved udarbejdelse af sådanne supplerende retningslinjer bør de generelle principper skitseret i dette dokument følges, således at harmonisering mellem de forskellige områder sikres.

1.2 Behandlingen i dette dokument er i overensstemmelse med JCGM 100:2008, *GUM 1995 with minor corrections, Evaluation of measurement data – Guide to the expression of uncertainty in measurement* (GUM), der første gang blev udsendt i 1993 på vegne af BIPM, IEC, IFCC, ILAC, ISO, IUPAC, IUPAP og OIML [ref. 1]. Men mens [ref. 1] fastsætter generelle regler for vurdering og angivelse måleusikkerhed, som man kan følge på de fleste områder inden for fysisk måling, fokuserer nærværende dokument på den metode, der er bedst egnet til måling i kalibreringslaboratorier, og beskriver en utvetydig og harmoniseret måde til evaluering og angivelse af måleusikkerheden. Dokumentet omfatter følgende emner:

- Definitioner som ligger til grund for dokumentet,
- metoder til evaluering af måleusikkerhed for inputstørrelser,
- sammenhængen mellem måleusikkerheden på outputstørrelsen og måleusikkerheden på inputstørrelserne,
- ekspanderet måleusikkerhed for outputstørrelsen,
- angivelse af måleusikkerhed,
- trinvis procedure for beregning af måleusikkerhed.

Det er dog også muligt at basere evaluering af måleusikkerhed på anden vis såsom ved Monte Carlo metoden som er inkluderet i den "suite" af dokumenter der nu indgår i GUM, se <https://www.bipm.org/en/publications/guides/>.

Måleusikkerhed i kalibrering	Nr.	:	AB 11
Annex 1	Dato	:	2021-01-04
	Side	:	3/19

2. Oversigt og definitioner¹

2.1 Angivelsen af et måleresultat er kun fuldstændig, hvis den indeholder både den værdi, der er tillagt målestørrelsen, og den måleusikkerhed, der er knyttet til denne værdi. I dette dokument behandles alle fysiske størrelser, der ikke kendes eksakt, som *stokastiske variable* inklusiv de influensstørrelser, der kan påvirke den målte værdi.

2.2 *Måleusikkerheden* er en parameter som er knyttet til resultatet af en måling og som karakteriserer den spredning af værdierne, som med rimelighed kan tilskrives målestørrelsen [ref. 2]. I dette dokument anvendes det korte udtryk *usikkerhed* i stedet for *måleusikkerhed*, når der ikke er risiko for misforståelse. Bilag C indeholder en liste over typiske kilder til usikkerhed ved en måling.

2.3 *Målestørrelserne* er de bestemte størrelser, der skal måles. Ved kalibrering har man normalt kun én målestørrelse eller *outputstørrelse* Y , der afhænger af et antal *inputstørrelser* X_i ($i = 1, 2, \dots, N$) ifølge funktionen

$$Y = f(X_1, X_2, \dots, X_N) \quad (2.1)$$

Modelfunktionen f repræsenterer måleproceduren og beregningsmetoden. Den beskriver, hvordan værdier af outputstørrelsen Y fås af værdier af inputstørrelserne X_i . I de fleste tilfælde vil det være et analytisk udtryk, men det kan også være en gruppe af sådanne udtryk, som inkluderer korrektioner og korrektionsfaktorer for systematiske effekter, hvorved der fremkommer en mere kompliceret sammenhæng, der ikke kan nedskrives eksplicit som én funktion. Endvidere kan f fastlægges ved forsøg eller blot eksistere som en EDB-algoritme, som skal behandles numerisk - eller f kan være en kombination af alle disse.

2.4 Sættet af inputstørrelser X_i kan grupperes i to kategorier alt efter den måde, hvorpå størrelsens værdi og den tilhørende usikkerhed er blevet fastlagt:

- (a) Størrelser, hvis estimat og tilhørende usikkerhed er direkte fastlagt under den pågældende måling. Disse værdier kan være bestemt ud fra en enkelt observation, gentagne observationer, eller et skøn baseret på erfaring. De kan omfatte bestemmelse af korrektioner til instrumentaflæsninger såvel som korrektioner for influensstørrelser såsom omgivende temperatur, barometertryk eller fugtighed,
- (b) størrelser, hvis estimat og tilhørende usikkerhed tilføres målingen fra eksterne kilder, f.eks. størrelser knyttet til kalibrerede normaler, certificerede referencematerialer eller referencedata, der er hentet fra håndbøger.

2.5 Et estimat af målestørrelsen Y , *outputestimatet* betegnet y , fås af ligning (2.1) ved indsættelse af *inputestimerne* x_i for værdierne af inputstørrelserne X_i

$$y = f(x_1, x_2, \dots, x_N) \quad (2.2)$$

Det er underforstået, at inputværdierne er de bedste estimater, som er korrigeret for alle effekter af betydning for modellen. Hvis dette ikke er tilfældet, må de nødvendige korrektioner indføres som særskilte inputstørrelser.

¹ Udtryk, der er særlig relevante for hovedtekstens sammenhæng, er skrevet med kursiv, når de første gang optræder i dette dokument. Bilag B indeholder en ordliste med disse udtryk, tilligemed henvisninger til de kildedokumenter, hvorfra definitionerne er taget.

Måleusikkerhed i kalibrering	Nr.	:	AB 11
Annex 1	Dato	:	2021-01-04
	Side	:	4/19

2.6 For en stokastisk variabel benyttes *variansen* af dens fordeling eller den positive kvadratrods af variansen - kaldet *standardafvigelsen* - som et mål for spredningen på dens værdier. Den *standardusikkerhed*, der knytter sig til outputestimatet eller måleresultatet y - betegnet $u(y)$ - er standardafvigelsen for målestørrelsen Y . Den skal fastlægges ud fra estimaterne x_i over inputstørrelserne X_i og de tilhørende standardusikkerheder $u(x_i)$. Den standardusikkerhed, der er knyttet til et estimat, har samme dimension som estimatet. I visse tilfælde kan den *relative standardusikkerhed* være velegnet; dette er standardusikkerheden knyttet til et estimat divideret med estimatets numeriske værdi og er derfor dimensionsløs. Dette begreb kan ikke benyttes, hvis estimatet er lig nul.

3. Evaluering af måleusikkerhed for inputestimater

3.1 Generelle betragtninger

3.1.1 Måleusikkerhed knyttet til inputestimaterne vurderes i henhold til enten en "Type A" eller "Type B" evalueringmetode. *Type A evaluering af standardusikkerhed* er metoden til vurdering af usikkerhed ved statistisk analyse af en serie observationer. I dette tilfælde er standardusikkerheden den eksperimentelle standardafvigelse af middelværdien, der fremkommet ved en midlingsprocedure eller en passende regressionsanalyse. *Type B evaluering af standardusikkerhed* er metoden til vurdering af usikkerhed på andre måder end ved statistisk analyse af en serie observationer. I dette tilfælde er vurderingen af standardusikkerheden baseret på andet videnskabeligt grundlag.²

3.2 Type A evaluering af standardusikkerhed

3.2.1 En Type A evaluering af standardusikkerhed kan benyttes, når der er foretaget n uafhængige observationer af en af inputstørrelserne X_i under samme målebetingelser. Hvis der er tilstrækkelig opløsning i måleprocessen, vil der være en observerbar spredning eller fordeling af de opnåede værdier.

3.2.2 Lad os forudsætte, at den flere gange målte inputstørrelse X_i er størrelsen Q . Med n statistisk uafhængige observationer ($n > 1$) vil estimatet af størrelsen Q være \bar{q} , den *aritmetiske middelværdi* eller *gennemsnit* af de enkelte observerede værdier q_j ($j = 1, 2, \dots, n$)

$$\bar{q} = \frac{1}{n} \sum_{j=1}^n q_j \quad (3.1)$$

Måleusikkerheden knyttet til estimatet \bar{q} , vurderes i henhold til en af følgende metoder:

(a) Et estimat over variansen af den underliggende sandsynlighedsfordeling er den *eksperimentelle varians* $s^2(q)$ af værdierne q_j , der er givet ved

$$s^2(q) = \frac{1}{n-1} \sum_{j=1}^n (q_j - \bar{q})^2 \quad (3.2)$$

² Der findes tilfælde - som man sjældent kommer ud for ved kalibrering - hvor alle de mulige værdier af en størrelse ligger på samme side af en enkelt grænseværdi. Et velkendt tilfælde er den såkaldte *cosinus-fejl*. Behandlingen af sådanne specialtilfælde er nærmere omtalt i [ref. 1].

Måleusikkerhed i kalibrering

Nr. : AB 11
 Dato : 2021-01-04
 Side : 5/19

Annex 1

Dens (positive) kvadratrods benævnes den *eksperimentelle standardafvigelse*. Det bedste estimat over variansen af den aritmetiske middelværdi \bar{q} er den *eksperimentelle varians af middelværdien* givet ved

$$s^2(\bar{q}) = \frac{s^2(q)}{n} \quad (3.3)$$

Dens (positive) kvadratrods benævnes den *eksperimentelle standardafvigelse af middelværdien*. Standardusikkerheden $u(\bar{q})$ knyttet til inputestimatet \bar{q} er den eksperimentelle standardafvigelse af middelværdien

$$u(\bar{q}) = s(\bar{q}) \quad (3.4)$$

Advarsel: Når antallet n af gentagne målinger er lavt ($n < 10$), må pålideligheden af en Type A vurdering af standardusikkerhed som udtrykt ved ligning (3.4) tages i betragtning. Hvis antallet af observationer ikke kan forøges, bør man overveje at evaluere standardusikkerheden på en af de andre måder beskrevet i dette dokument.

- (b) For en måling, der er vel defineret og under statistisk styring, er det ofte muligt at bestemme et kombineret eller *kumuleret variansestimater* s_p^2 , som karakteriserer spredningen bedre end den standardafvigelse, der beregnes ud fra et begrænset antal observationer. Hvis man i et sådant tilfælde fastlægger værdien af inputstørrelsen Q som den aritmetiske middelværdi \bar{q} af et lille antal n uafhængige observationer, kan variansen af middelværdien estimeres ved

$$s^2(\bar{q}) = \frac{s_p^2}{n} \quad (3.5)$$

Standardusikkerheden udledes af denne værdi ved ligning (3.4).

3.3 Type B evaluering af standardusikkerhed

3.3.1 En Type B evaluering af standardusikkerhed er en vurdering af usikkerheden knyttet til et estimat x_i af en inputstørrelse X_i på anden vis end ved en statistisk analyse af en serie observationer. Standardusikkerheden $u(x_i)$ vurderes ved et videnskabeligt skøn baseret på alle tilgængelige oplysninger om den mulige variation af X_i . Værdier tilhørende denne kategori kan udledes af

- tidligere måledata,
- erfaring med eller almindelig viden om relevante materialers og instrumenters opførsel og egenskaber,
- fabrikantspecifikationer,
- data angivet i kalibrerings- og andre certifikater, samt
- usikkerheder knyttet til referencedata taget fra håndbøger.

3.3.2 Behørig anvendelse af de tilgængelige oplysninger for en Type B evaluering af standardusikkerhed kræver indsigt baseret på erfaring og almindelig viden. Det er en færdighed, der kan læres ved øvelse. En

Måleusikkerhed i kalibrering

Nr. : AB 11
 Dato : 2021-01-04
 Side : 6/19

Annex 1

velfunderet Type B evaluering af standardusikkerhed kan være lige så pålidelig som en Type A evaluering af standardusikkerhed - navnlig i en målesituation hvor en Type A evaluering kun er baseret på et relativt lille antal statistisk uafhængige observationer. Der må skelnes mellem følgende tilfælde:

- Når der kun kendes en *enkelt værdi* af størrelsen X_i , f.eks. en enkelt målt værdi, en resulterende værdi fra en tidligere måling, en referenceværdi fra litteraturen, eller en korrektionsværdi, benyttes denne værdi for x_i . Standardusikkerheden $u(x_i)$ knyttet til x_i skal benyttes, hvor den er givet. Ellers må den beregnes ud fra entydige usikkerhedsdata. Hvis data af denne art ikke forefindes, må usikkerheden vurderes på grundlag af erfaring.
- Når der kan antages en *sandsynlighedsfordeling* for størrelsen X_i , på grundlag af teori eller erfaring, skal fordelings middelværdi anvendes som estimatet x_i , medens kvadratroden af fordelings varians anvendes som estimat for standardusikkerheden $u(x_i)$.
- Hvis blot en *øvre og nedre grænse* a_+ og a_- for værdien af størrelsen X_i kan estimeres, (f.eks. fabrikantspecifikationerne for et måleinstrument, et temperaturinterval, en afrundings- eller trunckeringsfejl som følge af automatiseret datareduktion), må der antages en sandsynlighedsfordeling med konstant sandsynlighedstæthed mellem disse grænser (rektangulær sandsynlighedsfordeling) for den mulige variation af inputstørrelsen X_i . I henhold til ovenstående tilfælde (b) fører dette til

$$x_i = \frac{1}{2}(a_+ + a_-) \quad (3.6)$$

for den estimerede værdi og

$$u^2(x_i) = \frac{1}{12}(a_+ - a_-)^2 \quad (3.7)$$

for kvadratet på standardusikkerheden. Hvis forskellen mellem grænseværdierne benævnes $2a$, giver ligning (3.7)

$$u^2(x_i) = \frac{1}{3}a^2 \quad (3.8)$$

Den rektangulære fordeling er en rimelig sandsynlighedsmæssig beskrivelse af ens kendskab til inputstørrelsen X_i , når der ikke foreligger andre oplysninger end grænserne for dens variation. Men hvis man ved, at værdier af den pågældende størrelse nær ved midten af variationsintervallet er mere sandsynlige end værdier tæt ved grænserne, kan en trekantfordeling eller en normalfordeling være en bedre model. Hvis på den anden side værdier tæt ved grænserne er mere sandsynlige end værdier nær ved midten, kan en U-formet fordeling være mere passende.

Måleusikkerhed i kalibrering	Nr.	:	AB 11
Annex 1	Dato	:	2021-01-04
	Side	:	7/19

4. Beregning af outputestimatets standardusikkerhed

- 4.1 For ukorrelerede inputstørrelser er kvadratet på standardusikkerheden knyttet til outputestimatet y , givet ved³

$$u^2(y) = \sum_{i=1}^N u_i^2(y) \quad (4.1)$$

Størrelsen $u_i(y)$ ($i = 1, 2, \dots, N$) er det bidrag til standardusikkerheden knyttet til outputestimatet y , som hidrører fra standardusikkerheden knyttet til inputestimatet x_i

$$u_i(y) = c_i u(x_i) \quad (4.2)$$

hvor c_i er følsomhedskoefficienten knyttet til inputestimatet x_i , dvs. den partielle afledede af modelfunktionen f med hensyn til X_i , beregnet ved inputestimerne x_i ,

$$c_i = \frac{\partial f}{\partial x_i} = \frac{\partial f}{\partial X_i} \Big|_{X_i = x_i, \dots, X_N = x_N} \quad (4.3)$$

- 4.2 Følsomhedskoefficienten c_i beskriver i hvilken udstrækning outputestimatet y påvirkes af variationer i inputestimatet x_i . Den kan beregnes ud fra modelfunktionen f ved hjælp af ligning (4.3) eller ved at benytte numeriske metoder, f.eks. ved at beregne ændringen i outputestimatet y forårsaget af en ændring af inputestimatet x_i med størrelsen $+u(x_i)$ henholdsvis $-u(x_i)$ og som værdien af c_i at tage den deraf følgende forskel i y divideret med $2u(x_i)$. Undertiden kan det være mere hensigtsmæssigt at finde ændringen i outputestimatet y ud fra et forsøg ved at gentage målingen ved f.eks. $x_i \pm u(x_i)$.
- 4.3 Medens $u(x_i)$ altid er positiv, er bidraget $u_i(y)$ i henhold til ligning (4.2) enten positivt eller negativt, afhængigt af fortegnet af følsomhedskoefficienten c_i . Fortegnet af $u_i(y)$ må tages i betragtning, i de tilfælde hvor inputstørrelserne er korrelerede, se ligning (D.4) i Bilag D.
- 4.4 Hvis modelfunktionen f er en sum eller differens af inputstørrelserne X_i ,

$$f(X_1, X_2, \dots, X_N) = \sum_{i=1}^N p_i X_i \quad (4.4)$$

er outputestimatet i henhold til ligning (2.2) givet ved den tilsvarende sum eller differens af inputestimerne

$$y = \sum_{i=1}^N p_i x_i \quad (4.5)$$

medens følsomhedskoefficienterne er lig med p_i og ligning (4.1) bliver til

$$u^2(y) = \sum_{i=1}^N p_i^2 u^2(x_i) \quad (4.6)$$

³ Der findes tilfælde - som man sjældent kommer ud for ved kalibrering - hvor modelfunktionen er stærkt ulinear eller nogle af følsomhedskoefficienterne [se ligning (4.2) og (4.3)] forsvinder og der må medtages led af højere orden til ligning (4.1). Disse særtilfælde er nærmere omtalt i [ref. 1].

Måleusikkerhed i kalibrering	Nr.	:	AB 11
Annex 1	Dato	:	2021-01-04
	Side	:	8/19

4.5 Hvis modelfunktionen f er et produkt eller en kvotient af inputstørrelserne X_i ,

$$f(X_1, X_2, \dots, X_N) = c \prod_{i=1}^N X_i^{p_i} \quad (4.7)$$

er outputestimatet igen det tilsvarende produkt eller kvotient af inputestimerterne

$$y = c \prod_{i=1}^N x_i^{p_i} \quad (4.8)$$

Følsomhedskoefficienterne er i dette tilfælde lig med $p_i y/x_i$ og et udtryk analogt med ligning (4.6) fås ud fra ligning (4.1), hvis de relative standardusikkerheder $w(y) = u(y)/|y|$ og $w(x_i) = u(x_i)/|x_i|$ benyttes,

$$w^2(y) = \sum_{i=1}^N p_i^2 w^2(x_i) \quad (4.9)$$

4.6 Hvis to inputstørrelser X_i og X_k til en vis grad er *korrelerede*, dvs. hvis de på en eller anden måde er afhængige af hinanden, skal deres *kovarians* betragtes som et bidrag til usikkerheden. Bilag D gør rede for, hvordan dette skal gøres. Muligheden for at tage korrelationseffekter i betragtning afhænger af kendskabet til måleprocessen og af vurderingen af inputstørrelsernes indbyrdes afhængighed. Generelt skal man være opmærksom på, at undladelse af at tage hensyn til korrelationer mellem inputstørrelser kan føre til en fejlagtig vurdering af målestørrelsens standardusikkerhed.

4.7 Kovariansen knyttet til estimerterne af to inputstørrelser X_i og X_k kan sættes til nul eller behandles som insignifikant, hvis

- inputstørrelser X_i og X_k er uafhængige, f.eks. fordi de er observeret gentagne gange, men ikke samtidigt, i forskellige uafhængige forsøg, eller fordi deres værdier på anden vis er estimeret uafhængige af hinanden, eller hvis
- en af inputstørrelserne X_i og X_k kan betragtes som værende konstant, eller hvis
- en undersøgelse ikke giver informationer, der indikerer tilstedeværelsen af korrelation mellem inputstørrelser X_i og X_k .

Undertiden kan man eliminere korrelationer ved et hensigtsmæssigt valg af modelfunktion.

4.8 Usikkerhedsanalysen for en måling - undertiden betegnet målingens usikkerhedsbudget - bør indeholde en liste over alle usikkerhedskilder sammen med de dertil hørende standardusikkerheder samt de anvendte evalueringsmetoder. Ved gentagne målinger skal antallet n af observationer også anføres. For overskuelighedens skyld anbefales det at præsentere de data, der er relevante for denne analyse, i form af en tabel. I tabellen bør der henvises til alle størrelser med et fysisk symbol X_i eller en kort identifikator. For hver af disse skal der mindst anføres estimatet x_i , den tilhørende standardusikkerhed $u(x_i)$, følsomhedskoefficienten c_i , og usikkerhedsbidraget $u_i(y)$. Dimensionerne for hver af størrelserne bør også anføres sammen med de numeriske værdier givet i tabellen.

Måleusikkerhed i kalibrering
 Nr. : AB 11
 Dato : 2021-01-04
 Side : 9/19
Annex 1

- 4.9 Et eksempel på en sådan opstilling er vist i Tabel 4.1, som finder anvendelse i tilfælde af at inputstørrelser er ukorrelerede. Standardusikkerheden knyttet til det måleresultat $u(y)$, som er anført i nederste højre hjørne af tabellen, er den kvadratiske sum af alle usikkerhedsbidrag i yderste højre kolonne. Den grå del af tabellen udfyldes ikke.

Tabel 4.1: Skematisk ordnet opstilling af de størrelser, estimater, standardusikkerheder, følsomhedskoefficienter og usikkerhedsbidrag, der benyttes i usikkerhedsanalysen af en måling.

Størrelse	Estimat	Standardusikkerhed	Følsomhedskoefficient	Bidrag til standardusikkerhed
X_i	x_i	$u(x_i)$	c_i	$u_i(y)$
X_1	x_1	$u(x_1)$	c_1	$u_1(y)$
X_2	x_2	$u(x_2)$	c_2	$u_2(y)$
..
X_N	x_N	$u(x_N)$	c_N	$u_N(y)$
Y	Y			$u(y)$

5. Ekspanderet måleusikkerhed

- 5.1 Inden for EAL har man besluttet, at kalibreringslaboratorier, der er akkrediteret af medlemmer af EAL, skal anføre en *ekspanderet usikkerhed* U , der fås ved at multiplicere standardusikkerheden $u(y)$ af outputestimatet y med en *dækningsfaktor* k ,

$$U = ku(y) \quad (5.1)$$

I de tilfælde, hvor man kan knytte en normalfordeling (gaussfordeling) til målestørrelsen, og standardusikkerheden knyttet til outputestimatet er tilstrækkeligt pålideligt, skal dækningsfaktoren $k = 2$ benyttes som standard. Den ekspanderede usikkerhed svarer da til en *dæknings sandsynlighed* på ca. 95 %. Disse betingelser er opfyldt i de fleste tilfælde, som man kommer ud for ved kalibrering.

- 5.2 Antagelsen om at outputstørrelsen er normalfordelt er ikke altid let at bekræfte eksperimentelt. I de tilfælde, hvor der er flere (dvs. $N \geq 3$) usikkerhedskomponenter - afledt af fornuftige sandsynlighedsfordelinger f.eks. normalfordelinger eller rektangulære fordelinger af uafhængige størrelser - som giver sammenlignelige bidrag til standardusikkerheden knyttet til outputestimatet, er betingelserne for den centrale grænseværdisætning imidlertid opfyldt og man kan med god tilnærmelse antage, at outputstørrelsen er normalfordelt.
- 5.3 Pålideligheden af standardusikkerheden knyttet til outputestimatet, er bestemt ved dens effektive antal frihedsgrader (se Bilag E). Pålidelighedskriteriet er imidlertid altid opfyldt, hvis ingen af usikkerhedsbidragene er fremkommet ved en Type A evaluering baseret på mindre end 10 gentagne observationer.
- 5.4 Hvis en af disse betingelser (normalitet eller tilstrækkelig pålidelighed) ikke er opfyldt, kan den som standard anvendte dækningsfaktor $k = 2$ give en ekspanderet usikkerhed som svarer til en

Måleusikkerhed i kalibrering	Nr.	:	AB 11
Annex 1	Dato	:	2021-01-04
	Side	:	10/19

dækningssandsynlighed på mindre end 95 %. I disse tilfælde skal der benyttes andre fremgangsmåder for at sikre, at der angives en ekspanderet usikkerhed, som har samme dækningssandsynlighed som i det normale tilfælde. Det er vigtigt at benytte tilnærmelsesvis samme dækningssandsynlighed, når to måleresultater for samme størrelse skal sammenlignes, f.eks. når man bedømmer resultaterne fra en præstationsprøvning eller bedømmer overholdelsen af en specifikation.

- 5.5 Selv om man kan forudsætte at outputstørrelsen er normalfordelt, kan det stadig forekomme, at standardusikkerheden knyttet til outputestimatet, ikke er tilstrækkeligt pålideligt. Hvis det i et sådant tilfælde ikke er formålstjenligt at forøge antallet n af gentagne målinger eller at benytte en Type B evaluering i stedet for en upålidelig Type A evaluering, bør man benytte den i Bilag E beskrevne metode.
- 5.6 For alle tilfælde, hvor det ikke kan forudsættes at outputstørrelsen er normalfordelt, skal der benyttes oplysninger om outputestimatets faktiske sandsynlighedsfordeling for at få en værdi for dækningsfaktoren k , der svarer til en dækningssandsynlighed på ca. 95 %.

6. Trinvis procedure for beregning af måleusikkerheden

- 6.1 Følgende er en vejledning i brug af dette dokument i praksis (jf. de udarbejdede eksempler i særskilte supplerende dokumenter):
- Udtryk målestørrelsen (outputstørrelsen) Y 's afhængighed af inputstørrelserne X_i matematisk i henhold til ligning (2.1). I tilfælde af direkte sammenligning af to normaler kan ligningen være meget enkel, f.eks. $Y = X_1 + X_2$.
 - Find og anvend alle signifikante korrektioner.
 - Opstil alle usikkerhedskilder i form af en usikkerhedsanalyse i henhold til afsnit 4.
 - Beregn standardusikkerheden $u(\bar{q})$ for størrelser målt gentagne gange i henhold til underafsnit 3.2.
 - Benyt standardusikkerheden for enkeltværdier, f.eks. resulterende værdier af tidligere målinger, korrektionsværdier eller værdier fra litteraturen, hvis den er opgivet eller kan beregnes i henhold til stk. 3.3.2 (a). Vær opmærksom på den måde, usikkerheden er angivet på. Hvis der ikke er data til rådighed, som standardusikkerheden kan udledes af, anføres en værdi for $u(x_i)$ på grundlag af videnskabelig erfaring.
 - Beregn middelværdien og standardusikkerheden $u(x_i)$ i henhold til stk. 3.3.2 (b) for de inputstørrelser, hvor sandsynlighedsfordelingen er kendt eller kan antages. Hvis kun de øvre og nedre grænser er givet eller kan estimeres, beregnes middelværdien og standardusikkerheden $u(x_i)$ i henhold til stk. 3.3.2 (c).
 - Beregn for hver inputstørrelse X_i bidraget $u_i(y)$ til usikkerheden knyttet til outputestimatet fra inputestimatet x_i i henhold til ligning (4.2) og ligning (4.3), og summér deres kvadrater som beskrevet i ligning (4.1) for at få kvadratet på standardusikkerheden $u(y)$ for målestørrelsen. Anvend den i Bilag D beskrevne fremgangsmåde, hvis inputstørrelserne er korrelerede.

Måleusikkerhed i kalibrering

Nr. : AB 11
Dato : 2021-01-04
Side : 11/19

Annex 1

- (h) Beregn den ekspanderede usikkerhed U ved at multiplicere standardusikkerheden $u(y)$ på output-estimatet med en dækningsfaktor k , der er valgt i henhold til afsnit 5.
- (i) Angiv resultatet af målingen bestående af estimatet y for målestørrelsen, den tilhørende ekspanderede usikkerhed U samt dækningsfaktoren k i kalibreringscertifikatet i henhold til afsnit 6.

7. Referencer (opdaterede efter udgivelsen af EA-4/02:2013)

- [1] JCGM 100:2008, GUM 1995 with minor corrections, Evaluation of measurement data – Guide to the expression of uncertainty in measurement (GUM)
- [2] JCGM 200:2012 International vocabulary of metrology – Basic and general concepts and associated terms (VIM)

Bilag A (til EA-4/02)

Bemærkninger til bedømmelse af måleevne (CMC)

Se akkrediteringsbestemmelsens hovedafsnit, pkt. 1.4.

Måleusikkerhed i kalibrering	Nr.	:	AB 11
Annex 1	Dato	:	2021-01-04
	Side	:	12/19

Bilag B

Ordlister over nogle relevante udtryk med referencer jf. afsnit 7

- B1 Aritmetisk middelværdi** ([ref.1] afsnit C.2.19)
Summen af værdierne divideret med antallet af værdier.
- B3 Korrelationskoefficient** ([ref. 1] afsnit C.3.6)
Målet for den relative gensidige afhængighed mellem to stokastiske variable, der er lig med forholdet mellem deres kovarians og den positive kvadratrod af produktet af deres varianser.
DS/ISO 3534 – Forholdet mellem kovariansen for to stokastiske variable og produktet af deres spredninger.
- B4 Kovarians** ([ref. 1] afsnit C.3.4)
Målet for den gensidige afhængighed mellem to stokastiske variable, der er lig med middelværdien af produktet af to stokastiske variables afvigelser fra deres respektive middelværdier.
DS/ISO 3534 – Det simultane centrale moment af orden 1 og 1.
- B5 Dækningsfaktor** ([ref. 2] afsnit 2.38)
En numerisk faktor, der anvendes som multiplikator af standardusikkerheden for at få en ekspanderet måleusikkerhed.
- B6 Dækningsandsynlighed** [ref. 2] afsnit 2.37
Den (normalt store) brøkdelen af den fordeling af værdier, der som resultat af en måling med rimelighed kunne tillægges målestørrelsen.
- B7 Eksperimentel varians** ([ref. 1] afsnit 4.2.2)
Den størrelse, der karakteriserer spredningen af resultaterne af en serie på n observationer af samme målestørrelse og som er givet ved ligning (3.2) i teksten.
- B8 Ekspanderet usikkerhed** ([ref. 2] afsnit 2.35)
En størrelse, der definerer et interval omkring resultatet af en måling, der kan forventes at omfatte en stor del af den fordeling af værdier, der med rimelighed kunne tillægges målestørrelsen.
- B10 Inputestimat** ([ref. 1] afsnit 4.1.4 og C2.26)
Estimat af en inputstørrelse, der benyttes ved vurdering af resultatet af en måling.
- B11 Inputstørrelse** ([ref. 1] afsnit 4.1.2)
En størrelse, som målestørrelsen afhænger af og som tages i betragtning ved vurdering af resultatet af en måling.
- B12 Målestørrelse** ([ref. 2] afsnit 2.3)
Bestemt størrelse, der er genstand for måling.
- B13 Måleusikkerhed** ([ref.2] afsnit 2.26)
Parameter knyttet til måleresultatet, som karakteriserer spredningen af de værdier, som med rimelighed kan tillægges målestørrelsen.
- B14 Outputestimat** ([ref. 1] afsnit 4.1 og C2.26)
Resultatet af en måling beregnet ud fra inputestimaterne ved modelfunktionen.

Måleusikkerhed i kalibrering	Nr.	:	AB 11
	Dato	:	2021-01-04
Annex 1	Side	:	13/19

- B15 Outputstørrelse** ([ref. 1] afsnit 4.1.2)
Den størrelse, der repræsenterer målestørrelsen ved evalueringen af en måling.
- B16 Kumuleret variansestimater** ([ref. 1] afsnit 4.2.4)
Et estimat over den eksperimentelle varians, der er opnået ved store serier af observationer af samme målestørrelse i veldefinerede målinger under statistisk styring.
- B17 Sandsynlighedsfordeling** ([ref. 1] afsnit C.2.3)
En funktion, som giver sandsynligheden for, at en stokastisk variabel antager enhver given værdi eller tilhører enhver given mængde.
- B18 Stokastisk variabel** ([ref. 1] afsnit C.2.2)
En funktion, som kan antage enhver værdi i en mængde af værdier som har tilknyttet en sandsynlighedsfordeling.
- B19 Relativ standardusikkerhed** ([ref. 2] afsnit 2.32)
Standardusikkerheden for en størrelse divideret med estimatet af denne størrelse.
- B20 Følsomhedskoefficient knyttet til et inputestimat** ([ref. 1] afsnit 5.1.3)
Den differentielle ændring i outputestimatet, der er resultat af en differentiell ændring i et inputestimat, divideret med ændringen i dette inputestimat.
- B21 Standardafvigelse** ([ref. 1] afsnit C.2.12)
Den positive kvadratrods af variansen.
- B22 Standardusikkerhed** ([ref. 2] afsnit 2.30)
Måleusikkerheden udtrykt som standardafvigelsen.
- B23 Type A evalueringsmetode** ([ref. 2] afsnit 2.28)
Metode til evaluering af måleusikkerhed ved statistisk analyse af serier af observationer.
- B24 Type B evalueringsmetode** ([ref. 2] afsnit 2.29)
Metode til evaluering af måleusikkerhed ved andre midler end statistisk analyse af serier af observationer.
- B25 Usikkerhedsbudget** ([ref. 2] afsnit 2.33)
Etablering af måleusikkerheden baseret på dens komponenter og beregning og kombination af disse.
- B26 Varians** ([ref. 1] afsnit C.2.11)
Middelværdien af kvadratet på centrerede stokastisk variabel (en stokastisk variabel med middelværdi 0).

Måleusikkerhed i kalibrering	Nr.	:	AB 11
	Dato	:	2021-01-04
Annex 1	Side	:	14/19

Bilag C

Kilder til måleusikkerhed

- C1 Usikkerheden på resultatet af en måling afspejler manglen på fuldstændigt kendskab til værdien af målestørrelsen. Fuldstændigt kendskab kræver en uendelig mængde oplysninger. Fænomener, som bidrager til usikkerheden og derved til det forhold, at resultatet af en måling ikke kan karakteriseres ved en entydig værdi, kaldes usikkerhedskilder. I praksis er der mange mulige usikkerhedskilder ved en måling [ref. 1], herunder:
- (a) utilstrækkelig definition af målestørrelsen,
 - (b) mangelfuld gennemførelse af målestørrelsens definition,
 - (c) Ikke repræsentativ prøveudtagning - den målte prøve repræsenterer ikke den definerede målestørrelse,
 - (d) ikke tilstrækkeligt kendte effekter af miljøforhold eller mangelfulde målinger af disse,
 - (e) personlige forskelle ved aflæsning af analoge instrumenter,
 - (f) begrænset instrumentopløsning eller tærskel for skelnen/opløsning,
 - (g) unøjagtige værdier for målenormaler og referencematerialer,
 - (h) unøjagtige værdier for konstanter og andre parametre, der er hentet fra eksterne kilder og som benyttes i datareduktions-algoritmen,
 - (i) tilnærmelser og antagelser, der er indbygget i målemetoden og -proceduren,
 - (j) variationer i gentagne observationer af målestørrelsen under tilsyneladende identiske betingelser.
- C2 Disse kilder er ikke nødvendigvis uafhængige. Nogle af kilderne (a) - (i) kan bidrage til (j).

Måleusikkerhed i kalibrering

Nr. : AB 11

Dato : 2021-01-04

Annex 1

Side : 15/19

Bilag D

Korrelerede inputstørrelser

- D1 Hvis to inputstørrelser X_i og X_k vides at være korrelerede i en vis grad - dvs. hvis de på en eller anden måde er afhængige af hinanden - skal *kovariansen* knyttet til de to estimater x_i og x_k ,

$$u(x_i, x_k) = u(x_i)u(x_k)r(x_i, x_k) \quad (i \neq k) \quad (D.1)$$

betragtes som et yderligere bidrag til usikkerheden. Graden af korrelation karakteriseres ved *korrelationskoefficienten* $r(x_i, x_k)$ (hvor $i \neq k$ og $|r| \leq 1$).

- D2 I tilfælde af n uafhængige par af samtidigt gentagne observationer af to størrelser P og Q er kovariansen knyttet til de aritmetiske middelværdier \bar{p} og \bar{q} givet ved

$$s(\bar{p}, \bar{q}) = \frac{1}{n(n-1)} \sum_{j=1}^n (p_j - \bar{p})(q_j - \bar{q}) \quad (D.2)$$

og ved substitution kan r beregnes ud fra ligning (D.1).

- D3 For influensstørrelser må enhver grad af korrelation baseres på erfaring. Når der er korrelation, skal ligning (4.1) erstattes af

$$u^2(y) = \sum_{i=1}^N c_i^2 u^2(x_i) + 2 \sum_{i=1}^{N-1} \sum_{k=i+1}^N c_i c_k u(x_i, x_k) \quad (D.3)$$

hvor c_i og c_k er følsomhedskoefficienterne defineret ved ligning (4.3) eller

$$u^2(y) = \sum_{i=1}^N u_i^2(y) + 2 \sum_{i=1}^{N-1} \sum_{k=i+1}^N u_i(y) u_k(y) r(x_i, x_k) \quad (D.4)$$

hvor bidraget $u_i(y)$ til standardusikkerheden på outputestimatet y , der følger af standardusikkerheden på inputestimatet x_i er givet ved ligning (4.2). Det bør bemærkes, at resultatet af den anden summation af led i ligning (D.3) eller (D.4) kan få negativt fortegn.

- D4 I praksis er inputstørrelser ofte korrelerede, fordi den samme fysiske referencenormal, måleinstrument, referencenulpunkt eller endog målemetode med en signifikant usikkerhed benyttes ved evalueringen af deres værdier. Lad os som generelt eksempel antage, at to inputstørrelser X_1 og X_2 , der er estimeret ved x_1 og x_2 , afhænger af sættet af uafhængige variable Q_l ($l = 1, 2, \dots, L$)

$$\begin{aligned} X_1 &= g_1(Q_1, Q_2, \dots, Q_L) \\ X_2 &= g_2(Q_1, Q_2, \dots, Q_L) \end{aligned} \quad (D.5)$$

skønt nogle af disse variable måske ikke nødvendigvis optræder i begge funktioner. Estimerne x_1 og x_2 af inputstørrelserne vil til en vis grad være korrelerede, selv om estimerne q_l ($l = 1, 2, \dots, L$) er ukorrelerede. Så er kovariansen $u(x_1, x_2)$ knyttet til estimerne x_1 og x_2 givet ved

Måleusikkerhed i kalibrering
 Nr. : AB 11
 Dato : 2021-01-04
 Side : 16/19
Annex 1

$$u(x_1, x_2) = \sum_{l=1}^L c_{1l} c_{2l} u^2(q_l) \quad (\text{D.6})$$

hvor c_{1l} og c_{2l} er følsomhedskoefficienterne afledt af funktionerne g_1 og g_2 i analogi med ligning (4.3). Eftersom kun de led for hvilken følsomhedskoefficienterne ikke er nul bidrager til summen, er kovariansen nul, hvis der ikke er nogen variabel, der er fælles for funktionerne g_1 og g_2 . Korrelationskoefficienten $r(x_1, x_2)$ knyttet til estimerne x_1 og x_2 bestemmes af ligning (D.6) sammen med ligning (D.1).

- D5 Følgende eksempel viser de korrelationer, der findes mellem værdier, som er tillagt to brugsnormaler, der er kalibreret op mod samme referencenormal.

Måleproblem

De to normaler X_1 og X_2 sammenlignes med referencenormalen Q_s ved hjælp af et målesystem, der er i stand til at bestemme en forskel z i deres værdier med en tilhørende standardusikkerhed $u(z)$. Værdien q_s for referencenormalen er kendt med standardusikkerheden $u(q_s)$.

Matematisk model

Estimerne x_1 og x_2 afhænger af værdien q_s af referencenormalen og de observerede forskelle z_1 og z_2 i henhold til relationerne

$$\begin{aligned} x_1 &= q_s - z_1 \\ x_2 &= q_s - z_2 \end{aligned} \quad (\text{D.7})$$

Standardusikkerheder og kovarianser

Estimerne z_1 , z_2 og q_s anses for at være ukorrelerede, fordi de er blevet bestemt ved forskellige målinger. Standardusikkerhederne beregnes ud fra ligning (4.4), og kovariansen knyttet til estimerne x_1 og x_2 beregnes ud fra ligning (D.6), idet det antages at $u(z_1) = u(z_2) = u(z)$,

$$\begin{aligned} u^2(x_1) &= u^2(q_s) + u^2(z) \\ u^2(x_2) &= u^2(q_s) + u^2(z) \\ u^2(x_1, x_2) &= u^2(q_s) \end{aligned} \quad (\text{D.8})$$

Korrelationskoefficienten udledt af disse resultater, er

$$r(x_1, x_2) = \frac{u^2(q_s)}{u^2(q_s) + u^2(z)} \quad (\text{D.9})$$

Dens værdi går fra 0 til +1 afhængigt af forholdet mellem standardusikkerhederne $u(q_s)$ og $u(z)$.

- D6 Eksemplet beskrevet ved ligning (D.5) er et tilfælde, hvor man kan undgå at medtage korrelation i vurderingen af målestørrelsens standardusikkerhed ved et hensigtsmæssigt valg af modelfunktionen. Introduktionen af de uafhængige variable Q_l - ved at erstatte de oprindelige variable X_1 og X_2 i modelfunktionen f i henhold til transformationsligningerne (D.5) - giver en ny modelfunktion, der ikke længere indeholder de korrelerede variable X_1 og X_2 .

Måleusikkerhed i kalibrering

Nr. : AB 11

Dato : 2021-01-04

Annex 1Side : 17/19

D7 Der forekommer imidlertid tilfælde, hvor korrelation mellem to inputstørrelser X_1 og X_2 ikke kan undgås, f.eks. brug af samme måleinstrument eller samme referencenormal ved fastlæggelsen af inputestimaterne x_1 og x_2 , men hvor transformationsligninger for nye uafhængige variable ikke er til rådighed. Hvis korrelationsgraden desuden ikke kendes nøjagtigt, kan det være nyttigt at bedømme den maksimale indflydelse, denne korrelation kan have, ved en vurdering af den øvre grænse for målestørrelsens standardusikkerhed, som får følgende form - i det tilfælde, hvor der ikke skal tages hensyn til andre korrelationer:

$$u^2(y) \leq (|u_1(y)| + |u_2(y)|)^2 + u_r^2(y) \quad (\text{D.10})$$

hvor $u_r(y)$ er bidraget til standardusikkerheden fra alle de resterende inputstørrelser, der antages at være ukorrelerede.⁴

⁴ Ligning (D.10) kan let generaliseres til tilfælde af en eller flere grupper med to eller flere korrelerede inputstørrelser. I så fald skal der indsættes en sum for det værste tænkelige tilfælde i ligning (D.10) for hver gruppe af korrelerede størrelser.

Måleusikkerhed i kalibrering	Nr.	:	AB 11
Annex 1	Dato	:	2021-01-04
	Side	:	18/19

Bilag E

Dækningsfaktorer udledt af effektive antal frihedsgrader

- E1 For at estimere værdien af en dækningsfaktor k svarende til en specificeret dæknings sandsynlighed er det nødvendigt, at pålideligheden af standardusikkerheden $u(y)$ af outputestimatet y tages i betragtning. Dvs. at der skal tages hensyn til, hvor godt $u(y)$ estimerer standardafvigelsen knyttet til måleresultatet. For et estimat over standardafvigelsen af en normalfordeling er antallet af frihedsgrader for dette estimat - der afhænger af størrelsen af den stikprøve, det er baseret på - et mål for pålideligheden. På lignende måde er et brugbart mål for pålideligheden af standardafvigelsen knyttet til et outputestimat, dens effektive antal frihedsgrader v_{eff} , hvis tilnærmede værdi fås ved en passende kombination af det effektive antal frihedsgrader af dens forskellige usikkerhedsbidrag $u_i(y)$.
- E2 Fremgangsmåden for beregning af en passende dækningsfaktor k , når betingelserne for den centrale grænseværdisætning er opfyldt, omfatter følgende tre trin:
- Udled standardusikkerheden knyttet til outputestimatet i henhold til den trinvis procedure anført i afsnit 7.
 - Beregn det effektive antal frihedsgrader v_{eff} af standardusikkerheden $u(y)$ knyttet til outputestimatet y ud fra Welch-Satterthwaite's formel:

$$v_{eff} = \frac{u^4(y)}{\sum_{i=1}^N \frac{u_i^4(y)}{v_i}} \quad (E.1)$$

hvor $u_i(y)$ ($i = 1, 2, \dots, N$), der er defineret i ligning (4.2), er bidragene til standardusikkerheden knyttet til det outputestimat y , hidrørende fra standardusikkerhederne knyttet til inputestimatene x_i , som antages at være gensidigt statistisk uafhængige, og v_i er det effektive antal frihedsgrader for standardusikkerhedsbidraget $u_i(y)$.

For en standardusikkerhed $u(\bar{q})$, der er opnået ved en Type A evaluering som omtalt i afsnit 3.1, er antallet af frihedsgrader givet ved $v_i = n - 1$. Det er mere problematisk at sætte antallet af frihedsgrader i relation til en standardusikkerhed $u(x_i)$, som er opnået ved en Type B evaluering. Det er imidlertid almindelig praksis at gennemføre sådanne evalueringer på en måde, der sikrer, at man undgår underestimering. Hvis der f.eks. sættes øvre og nedre grænser a_+ og a_- , vælges de sædvanligvis på en sådan måde, at sandsynligheden for, at den pågældende størrelse ligger uden for disse grænser er meget lille. Under forudsætning af, at denne praksis følges, kan frihedsgraderne for standardusikkerheden $u(x_i)$ på grundlag af en Type B evaluering, tages som $v_i \rightarrow \infty$.

- Dækningsfaktoren k tages fra Tabel E.1 i dette bilag. Tabellen er baseret på en t -fordeling og giver en dæknings sandsynlighed på 95,45 %. Hvis v_{eff} ikke er et heltal, hvad der normalt vil være tilfældet, trunckeres v_{eff} nedad til det nærmeste heltal.

Måleusikkerhed i kalibrering

Nr. : AB 11

Dato : 2021-01-04

Annex 1Side : 19/19

Tabel E.1: Dækningsfaktorer k for forskellige effektive antal frihedsgrader v_{eff}

v_{eff}	1	2	3	4	5	6	7	8	10	20	50	∞
k	13.97	4.53	3.31	2.87	2.65	2.52	2.43	2.37	2.28	2.13	2.05	2.00